

EXERCICE 1. Utiliser l'algorithme d'Euclide pour trouver le PGCD des nombres 441 et 777.

EXERCICE 2. La comète A passe tous les 19 ans et apparaîtra la prochaine fois dans 13 ans.
La comète B passe tous les 12 ans et apparaîtra la prochaine fois dans 6 ans.
Le but du problème est de déterminer le nombre n d'années avant une prochaine conjonction des deux comètes.

- ① Écrire un système de congruences vérifié par l'entier n .
- ② On considère l'équation $(E_1) : 19u - 12v = -7$. Pourquoi peut-on affirmer que l'équation (E_1) admet au moins une solution (sans avoir à la chercher)?
- ③ On considère l'équation l'équation $(E_2) : 19u - 12v = 1$.
Donner, en utilisant l'algorithme d'Euclide étendu, une solution particulière de (E_2) .
En déduire une solution particulière de (E_1) .
- ④ En déduire l'ensemble des solutions dans \mathbb{Z}^2 de l'équation (E_1)
- ⑤ En déduire dans combien d'années se fera la prochaine conjonction de comètes. Puis la suivante.

EXERCICE 3. On note n un naturel non nul, $a = 3n + 1$ et $b = 5n - 1$.

- ① Montrer que $\text{PGCD}(a, b)$ est un diviseur de 8.
- ② Pour quelles valeurs de n , $\text{PGCD}(a, b)$ est-il égal à 8?